

KSI 2012/2013

Úloha 3-1: Říční byznys

Jan Horáček

Gymnázium, Brno, Vídeňská 47; jan.horacek@seznam.cz

29. prosince 2012

1 Úvod

Ačkoliv se mi zpočátku zadání zdálo poměrně složité a řešení jako netriviální, po nakreslení několika příkladů grafů (v tomto případě stromů) jsem zjistil, že řešení je až podezřele jednoduché.

2 Řešení

2.1 Plavební společnosti

Aby všechny úseky v povodí řeky Stromovky byly obsazené plavebními společnostmi, musí v povodí podnikat tolik společností, kolik úseků sousedí se soutokem, který sousedí s největším počtem úseků.

Toto řešení je správné, protože jsem k němu dospěl následující logickou úvahou:

Položil jsem si otázku: "Ve kterém soutoku (vrcholu grafu) nastane největší problém?"

Logickou odpovědí je, že nejvíce by se přepravní společnosti hádaly v soutoku s , který hraničí s největším počtem úseků. Definujme počet hraničních úseků se soutokem s jako n . Aby nenastalo to, že jedna společnost bude mít 2 úseky za sebou, musí ze soutoku s každý úsek vlastnit jiná společnost. Řešením je tedy n společností.

2.2 Rybářské společnosti

Aby všechny soutoky v povodí řeky Stromovky byly obsazené rybářskými společnostmi, musí v povodí podnikat tolik společností, kolik úseků (resp. soutoků) sousedí se soutokem, který sousedí s největším počtem úseků (resp. soutoků), plus 1 společnost.

Toto řešení je správné, protože jsem k němu dospěl následující logickou úvahou:

Analogicky k 1. části úlohy jsem si položil otázku: "Ve kterém soutoku nastane největší problém?"

Logickou odpovědí je, že největší problém by nastal v soutoku s , který hraničí s největším počtem soutoků. To je dáno tím, že v soutoku s musí podnikat jiná společnost, než ve všech soutocích hraničních se soutokem s , tj. musí existovat tolik společností, aby zaplnily hraniční soutoky soutoku s plus 1 společnost pro zaplnění soutoku s . Nazvěme

tedy počet hraničních soutoků se soutokem s jako n . Je tedy zapotřebí $n + 1$ společností. A to je řešením.

2.3 Spojené společnosti

Aby všechny soutoky a úseky v povodí řeky Stromovky byly obsazené společnostmi, musí v povodí podnikat tolik společností, kolik úseků sousedí se soutokem, který sousedí s největším počtem úseků, plus 1 společnost.

Před odůvodněním správnosti řešení bych rád poznamenal jeden detail: Zadání této části tak, jak bylo definováno, umožňuje, aby všechny soutoky v celém povodí vlastnila 1 společnost. To mi nepřijde zcela "fér". Ale když uvážím, jakým způsobem se počítají průměry nevalidních podpisů při návrzích kandidátů na prezidenta ČR, tak je možné, že i zde antimonopolní úřad udělal chybu. Pokud to tak nemá být a někde nastal komunikační šum, rád bych, abyste Vy, orgové, opravili mé chápání zadání: "Pokud podnikají na soutoku, nesmí zároveň podnikat na žádném z úseku vedoucím do nebo z tohoto soutoku," to podle mého povoluje podnikání na 2 sousedních soutocích. "Pokud podnikají na říčním úseku, nesmí podnikat na soutoku na jeho začátku ani konci," to podle mého také nezakazuje podnikání na 2 sousedních soutocích.

V souladu s tímto chápáním jsem logickou úvahou dospěl takto k řešení:

Jelikož chceme minimální počet společností, nechť všechny soutoky okupuje jediná společnost. Tím jsme splnili pravidlo "pokud podnikají na soutoku, nesmí zároveň podnikat na žádném z úseku vedoucím do nebo z tohoto soutoku". Potřebujeme tedy 1 společnost pouze na soutoky.

Tím pádem řešíme stejný problém, jako v 1. části úlohy. Výsledkem je, že potřebujeme n (definováno v části 2.1) společností.

Celkem tedy potřebujeme $n + 1$ společností.

3 Závěr

Přestože jsem na začátku napsal, že tato úloha není tak složitá, byl bych nerad, abyste si Vy, zadavatelé, tuto větu vyložili tak, že takto lehké úlohy v zadání nechci vidět. Tato sada obsazuje až až složitých úloh.

4 Poděkování

Děkuji své matce, Janě Horáčkové, za kontrolu mých úvahových pochodů vedoucích k řešení.