

Jméno a příjmení: ..... Jan Horáček

Třída: ..... 3.F

Zaměření: -

Kategorie: D

Škola: ..... Gymnázium, Brno, Vídeňská 47

Učitel fyziky: ..... RNDr. Dagmar Bradáčová

Posudek:

Posuzovali:

Úloha č.: ..... 5

---

### Řešení:

a) Základním principem této úlohy je uvědomit si, že při srážce kuliček platí zákon zachování energie, kde  $v_1$  a  $v_2$  jsou rychlosti kuliček před srážkou a  $w_1$  a  $w_2$  jsou rychlosti kuliček po srážce:

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1w_1^2 + \frac{1}{2}m_2w_2^2$$

A samozřejmě platí také zákon zachování hybnosti, který vyjádříme ve tvaru:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1w_1 + m_2w_2$$

Po úpravě těchto 2 vztahů dostaneme následující vztahy:

$$m_1(v_1^2 - w_1^2) = m_2(w_2^2 - v_2^2)$$

$$m_1(v_1 - w_1) = m_1(w_2 - v_2)$$

Vydělením těchto 2 vztahů dostaneme vztahy pro rychlost každé kuličky po srážce:

$$v_1 + w_1 = w_2 + v_2$$

$$w_2 = v_1 + w_1 - v_2$$

$$w_1 = w_2 + v_2 - v_1$$

Vztahy pro rychlost kuliček dosadíme do vztahu pro zákon zachování hybnosti:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1w_1 + m_1(v_1 + w_1 - v_2)$$

$$w_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1(w_2 + v_2 - v_1) + m_1w_2$$

$$w_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

Při srážce je rychlost 2. kuličky nulová, tudíž  $v_2 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ovlivní vztahy pro rychlost kuliček po srážce následovně:

$$w_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$$

$$w_2 = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

Nyní si vyjádříme rychlost 1. kuličky  $v_1$  těsně před srážkou:

( $h'$  je výška kuličky 1 nad podstavou při nataženém vlákně o úhel  $\alpha$ )

$$E_{p1} = m_1 g h'$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

Jelikož je veškerá polohová energie při  $\alpha = 0^\circ$  přeměněna na pohybovou, platí vztah:

( $E_{p1}$  je polohová energie 1. kuličky při napnutém vlákně o úhel  $\alpha$ ,  $E_{k2}$  je kinetická energie 1. kuličky těsně před nárazem do 2. kuličky ( $\alpha = 0^\circ$ ))

$$E_{p1} = E_{k2}$$

$$m_1 g h' = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

$$\cos \alpha = \frac{l - h'}{l}$$

$$h = l(1 - \cos \alpha)$$

$$v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$$

Nyní si vyjádříme rychlost 1. kuličky po srážce:

$$w_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$$

$$w_1 = \frac{(m_1 - m_2) * \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}}{m_1 + m_2}$$

Pro nejvyšší polohu 1. kuličky po srážce platí, že veškerá kinetická energie definovaná mj. rychlostí  $w_1$  je přeměněna na polohovou energii, ze které si vyjádříme výšku  $h''$  a tím pádem i úhel  $\beta$ :

( $E_{k3}$  je kinetická energie 1. kuličky těsně po srážce a  $E_{p4}$  je polohová energie 1. kuličky při největší výšce  $h''$  nad podložkou)

$$E_{k3} = \frac{1}{2} m_1 w_1^2$$

$$E_{p4} = m_1 g h''$$

$$E_{k3} = E_{p4}$$

$$m_1 g h'' = \frac{1}{2} m_1 w_1^2$$

$$h'' = \frac{w_1^2}{2g}$$

$$h'' = \frac{\left( \frac{(m_1 - m_2) * \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}}{m_1 + m_2} \right)^2}{2g}$$

$$h'' = \frac{(m_1 - m_2)^2 * l(1 - \cos \alpha)}{(m_1 + m_2)^2}$$

$$\cos \beta = \frac{l - h''}{l}$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{l - h''}{l}\right)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{l - \frac{(m_1 - m_2)^2 * l(1 - \cos \alpha)}{(m_1 + m_2)^2}}{l}\right)$$


---

Řešení pro konkrétní hodnoty:

$$l = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$1) \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{1}$$

$$\underline{\underline{\beta = 19,19^\circ}}$$

$$2) \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{1}$$

$$\underline{\underline{\beta = 60^\circ}}$$

$$3) \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{\beta = 19,19^\circ}}$$

b) Pro pozice tělesa vrženého vodorovným vrhem v gravitačním poli platí následující vztahy:

$$x = v_0 t$$

$$y = h - \frac{1}{2} g t^2$$

Pro určení délky vrhu  $d$  je potřeba dosadit  $y = 0 \text{ m}$  a polohu  $x$  nalézt řešením soustavy 2 předchozích rovnic:

$$0 = h - \frac{1}{2} g t_d^2$$

$$t_d = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x = d$$

$$d = v_0 t_d$$

$$d = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

V našem případě:

$$v_0 = w_2$$

$$w_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$d = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} * \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$d = \frac{2m_1 * \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}}{m_1 + m_2} * \sqrt{\frac{2h}{g}}$$


---

Řešení pro konkrétní hodnoty:

$$l = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

$$h = 90 \text{ cm} = 0,9 \text{ m}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$1) \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{1}$$

$$\underline{\underline{d = 1,6 \text{ m}}}$$

$$2) \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{1}$$

$$\underline{\underline{d = 1,2 \text{ m}}}$$

$$3) \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{d = 0,8 \text{ m}}}$$