Jméno a příjmení: ....Jan Horáček
Třída: ....4.F Zaměření: - Kategorie: C
Škola: ....Gymnázium, Brno, Vídeňská 47
Učitel fyziky: ....RNDr. Dagmar Bradáčová
Posudek: Posuzovali:
Úloha č.: 5

Zadání:

L.................. $20\ cm$
S.................. $0{,}5\ cm^2$
t_1................. $20\ °C \rightarrow$ T_1............................$293{,}16\ K$
t_2................. $80\ °C \rightarrow$ T_2............................$353{,}16\ K$
β................. $0{,}20 * 10^{-3} K^{-1}$
P_a................ $1{,}00 * 10^5\ Pa$
ρ_1................ $13\ 546\ kg * m^{-3}$

Řešení:

a) Vycházíme ze stavu zobrazeném na obrázku č. 6, kde platí stavová rovnice pro plyn:

$$p_1 * V_1 = n * R * T$$

Předpokládáme, že se při stlačování plynu v pravé části U-trubice jedná o izotermický děj, platí tedy:

$$p_1 * V_1 = p_2 * V_2$$

kde:

$$p_1 = p_a$$
$$V_1 = S * \frac{L}{2}$$
$$p_2 = p_h + p_a$$
$$V_2 = S * x$$

Tedy vycházíme z předpokladu, že tlak plynu p_2 v pravé části trubice musí být roven tlaku, kterým působí kapalina v levé části trubice ve směru tíhové síly ve vzdálenosti x od vršku trubice. Tento tlak p_2 se skládá z tlaku atmosférického p_a a z tlaku hydrostatického p_h v hloubce x.

Po dosazení do vztahu pro izotermický děj dostaneme:

$$p_a * S * \frac{L}{2} = (p_h + p_a) * Sx$$
$$p_a * S * \frac{L}{2} = (h\rho_1 g + p_a) * Sx$$

Řešením kvadratické rovnice jsou 2 kořeny:

$$x = \frac{-p_a \pm \sqrt{{p_a}^2 + 4\rho_1 g p_a \frac{L}{2}}}{2\rho_1 g}$$

Z nichž pouze 1 je kladný a jeho hodnota je:

$$\underline{\underline{x_1 \doteq 8{,}94\ cm}}$$

---

b) Pro novou hustotu ρ_2 při teplotě T_2, resp. t_2 platí vztah:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta * \Delta\ t}$$

Podobně, jako v části a), platí předpoklad rovnosti tlaku v levé části trubice s tlakem v pravé části trubice, resp. s tlakem plynu při teplotě T_2. Nazvěme jej p_{80}. Nýbrž nyní se nejedná o izotermický děj, tedy je zapotřebí započítat i rozdíl teplot:

$$\frac{p_1 * V_1}{T_1} = \frac{p_2 * V_2}{T_2}$$

Proměnné vyjádříme podobně, jako v části a):

$$\frac{p_a S \frac{L}{2}}{T_1} = \frac{(y\rho_2 g + p_a) * Sy}{T_2}$$

kde y je kořenem kvadratické rovnice:

$$p_a \frac{L}{2} T_2 = (y\rho_2 g + p_a) * yT_1$$

Pro tento kořen platí následující vztah:

$$y = \frac{(-p_0 T_1) \pm \sqrt{(p_0 T_1)^2 + 4 * \frac{\rho_1}{1 + \beta * \Delta\, t} g T_1 p_a \frac{L}{2} T_2}}{2 * \frac{\rho_1}{1 + \beta * \Delta\, t} * g * T_1}$$

Řešením jsou 2 kořeny, z nichž jeden je záporný, tedy za výsledné y považujeme pouze kladný výsledek:

$$\underline{\underline{y \doteq 10{,}58\ cm}}$$

---

c) Při výpočtu hmotnosti vytečené rtuti vyjdeme ze vztahu:

$$m = m_1 - m_2$$

kde m_1 je hmotnost rtuti ve stavu zobrazeném na obrázku č. 7 (před zahřátím) a m_2 je hmotnost rtuti po zahřátí na $t_2 = 80\ °C$.

Jednotlivé hmotnosti vypočteme následovně:

$$m_1 = V_1 * \rho_1$$
$$m_1 = (3L - x) * S * \rho_1$$
$$m_1 = \left(3L - \frac{-p_a - \sqrt{{p_a}^2 + 4\rho_1 g p_a \frac{L}{2}}}{2 * \rho_1 * g}\right) * S * \rho_1$$

$$m_2 = V_2 * \rho_2$$
$$m_2 = (3L - y) * S * \frac{\rho_1}{1 + \beta * \Delta\, t}$$
$$m_2 = \left(3L - \frac{(-p_0 T_1) - \sqrt{(p_0 T_1)^2 + 4 * \frac{\rho_1}{1 + \beta * \Delta\, t} g T_1 p_a \frac{L}{2} T_2}}{2 * \frac{\rho_1}{1 + \beta * \Delta\, t} * g * T_1}\right) * S * \frac{\rho_1}{1 + \beta * \Delta\, t}$$

m je pak rovno:

$$m = m_1 - m_2$$

$$m = S * \rho_1 * \left(3L - \frac{-p_a \pm \sqrt{{p_a}^2 + 4\rho_1 * g * p_a * \frac{L}{2}}}{2 * \rho_1 * g} \right) - \left(3L - \frac{(-p_0 T_1) - \sqrt{(p_0 T_1)^2 + 4 * \frac{\rho_1}{1 + \beta * \Delta t} g T_1 p_a \frac{L}{2} T_2}}{2 * \frac{\rho_1}{1 + \beta * \Delta t} * g * T_1} * (1 + \beta * \Delta t)^{-1} \right)$$

Pro konkrétní hodnoty:

$$\underline{\underline{m \doteq 15{,}07\ g}}$$
