N-trophy^5
Řešení fyziky

Tým Maxwellovo stříbrné kladivo
Gymnázium, Brno, Vídeňská 47
Eva Faltýnková; e.faltynkova@gmail.com
Tereza Kadlecová; berunda.kadlecova@seznam.cz
Jan Horáček; jan.horacek@seznam.cz

8. února 2015

1 Úvod

Letošní úloha z fyziky s sebou přinesla, alespoň pro nás, poznání něčeho nového. Myslím, že můžeme upřímně říci, že jsme před prvním zamíchání kapalinou netušili, co se bude dít. O to bylo pozorování jevu zajímavější.

V této práci se nejprve zmíníme o všech experimentech, které jsme podnikli a poté je teoreticky objasníme. V závěrečných odstavcích obou částí rozebereme experiment v hraničních podmínkách (např. velmi vysoká nádoba, velmi nízká nádoba...).

2 Experiment

2.1 V domácích podmínkách

Nejzákladnějším a nejjednodušším experimentem, který jsme zrealizovali hned po té, co jsme získali hrnec vyšší, než širší (byla to docela fuška!), bylo jednoduché vaření doma na sporáku. Z tohoto experimentu plynul důležitý kvalitativní závěr: zatímco v nerotující kapalině stoupají bubliny k hladině po náhodných trajektoriích, v rotující kapalině **bubliny stoupají středem kapaliny**. Věříme, že tento experiment nepotřebuje díky své jednoduchosti další dokumentaci, přeci jenom se jedná pouze o kvalitativní závěr.

Když už jsme byli u sporáku a měli jsme k dispozici spoustu normálních kuchyňských hrnců, rozhodli jsme se přijít na to, proč je v zadání věta *"jejíž výška je alespoň taková jako průměr dna"*. Jak se dalo čekat, jev se v hrnci, který je nízký, projeví minimálně.

V tomto momentě byl čas začít přemýšlet nad tím, proč se kapalina chová tak, jak se chová. Teoretické závěry, ke kterým jsme došli, budiž řečeny níže. Nyní je důležité to, že jsme z našeho přemýšlení vyvodili závěry co se týče cirkulace kapaliny ve vařící se vodě. Jejich ověření si žádalo další experiment.

2.2 Termokamera

Další experiment si kladl za cíl nasnímat teplotu hladiny kapaliny. K tomu jsme využili termokameru, viz obrázek 1.

Obrázek 1: Aparatura s termokamerou

Pozn.: Abychom eliminovali snímání vysokých teplot hořáku, oblepili jsme kádinku později alobalem rozprostřeným do šířky.

Jak je ze samotné aparatury patrné, na kapalinu jsme se dívali shora. Hloubavý fyzik zdatný měření termokamerou by mohl namítnout několik argumentů, proč takové měření nemohlo fungovat, na které bychom rádi předem podnikli protiútok.

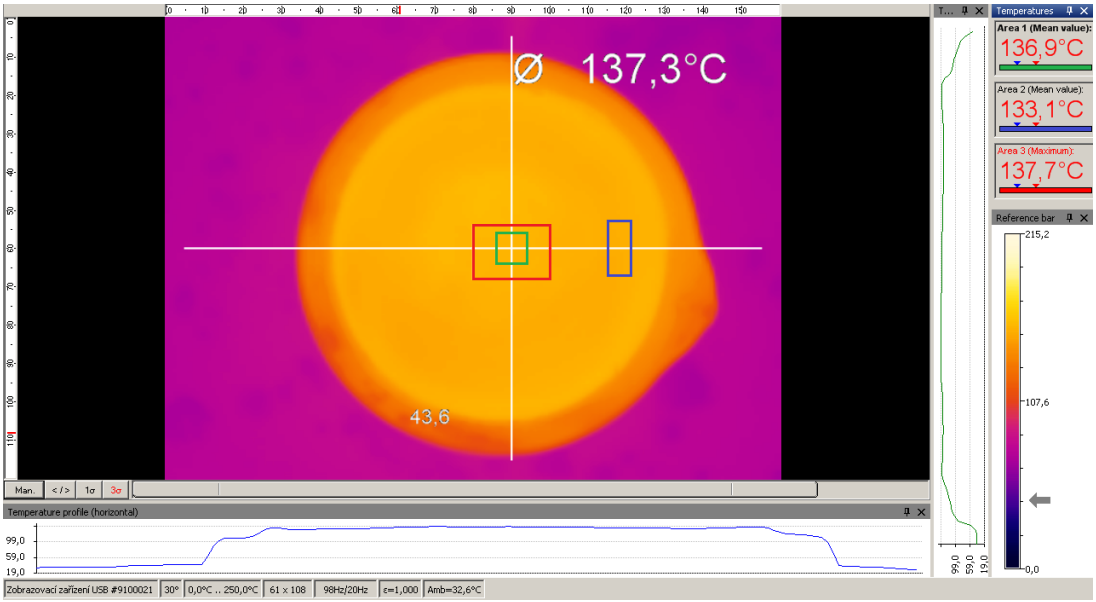
- **V termokameře neuvidíte teplotu hladiny, ale teplo, které se nasbírá po celé výšce kapaliny.**
  To je jednoznačně validní argument. Až na to, že pro ověření proudění tak, jak jsme ho modelovali, to nevadí. Naše teorie říká, že uprostřed bude mít kapalina vyšší teplotu, než na kraji. Měření je relevantní, protože měříme pouze radiální závislost, nikoliv axiální.

  My si tímto "posbíráním IR fotonů po celé výšce kapaliny"vysvětlujeme to, že nám kapalina vřela, když termokamera ukazovala teploty cca 120 $°C$.

- **Na hladině uvidíte tak maximálně odrazy od okolí**
  Ano, v subtropických pralesích, na poušti, či ve vesmíru, se jedná rozhodně o validní argument. Ale v našem případě, kdy teplota kapaliny několikanásobně převyšuje teplotu okolí, je podle nás zcela irelevantní. I kdyby se jakékoliv odrazy na snímku projevily, jejich "teplota"má daleko od teploty zkoumaného předmětu.

  V našem experimentu nám totiž nevadí, že nenaměříme absolutní hodnoty teplot, pro nás je klíčový rozdíl teplot v různých bodech kapaliny.

Jak už plyne z poslední věty, měřili jsme rozdíl teplot. Typický snímek z termokamery je zobrazen na obrázku 2.



Obrázek 2: Ukázka měřených dat

Při měření termokamerou jsme definovali na získaném obrázku určité oblasti, ve kterých jsme si nechali vyčíslit teplotu. Tyto oblasti jsou barevné obdélníky na obrázku 2, jejich teploty jsou pak v pravé horní části tohoto obrázku (přiřazení na základě barev).

1. Zelenou oblast jsme položili do středu kapaliny. Teplota vpravo nahoře je průměrnou teplotou v této oblasti.

2. Modrou oblast jsme položili ke kraji kapaliny. Teplota vpravo nahoře je průměrnou teplotou v této oblasti.

3. Červená oblast nemá pevně danou pozici — tato oblast cestuje po obrázku tam, kde je nejvyšší teplota. Teplota vpravo nahoře je maximální teplota v této oblasti.

Z tohoto obrázku pro nás plyne klíčový závěr: **teplota kapaliny uprostřed je vyšší než teplota kapaliny u stěn**. To dokazují jednak absolutní hodnoty teplot a jednak to, že červený rámeček je ve středu kádinky.

#	**Vnitřní průměr kádinky [cm]**	**Výška kapaliny v ustáleném stavu [cm]**
1	8.5	12
2	12.5	12
3	10.0	10

Tabulka 1: Různé kádinky měřené termokamerou

Měřili jsme celkem 3 různé kádinky, viz tabulka 1. Ve všech případech vycházely výsledky velmi podobně.

Navíc, při pohledu na var vody v průhledné kádince lze pozorovat vír, který stahuje bubliny vodní páry vytvářející se v různých místech na dně do středu rotující kapaliny. Jev lze připodobnit k tornádu.

Závěr z obou pozorování (v kuchyni a termokamerou) tedy zní: **kapalina je jednoznačně teplejší uprostřed a bubliny jsou stahovány k ose rotace kapaliny**.

2.3 Dopplerovský ultrazvuk

Pro vizualizaci proudů v kapalině jsme se vydali na Lékařskou fakultu MU, která disponuje přístroji pro měření proudění tekutin dopplerovského charakteru (dopplerovský ultrazvuk). Tato měření nás však bohužel neuspokojila, protože spíše, než proud kapaliny ve směru osy z, naměřila rotaci kapaliny. Proto zde tato měření pouze krátce zmiňujeme.

3 Teorie

3.1 Základní přiblížení

Pojďme nyní na celý problém nahlédnout teoreticky a pokusme se vysvětlit pozorované chování.

Základem všeho je silový diagram. V našem případě je poměrně jednoduchý na představu, ale složitý na nakreslení (museli bychom kreslit situaci "3D"), proto nám dovolte, abychom ho popsali pouze slovy.

Na kapalinu působí tíhová síla F_G, kterou spočteme dle známého vztahu (1).

$$F_G = m * g \tag{1}$$

Dále je potřeba uvážit, že se kapalina točí. Nyní si dovolíme následující přiblížení: $\omega = konst$. Tímto tvrzením říkáme, že se celá kapalina pohybuje konstantní úhlovou rychlostí, což bohužel nemusí být vždy pravda (v kapalině mohou vznikat různé víry). Pro náš model nám ale toto přiblížení stačí. Uvažme tedy dostředivou sílu a k ní opačnou odstředivou sílu (2).

$$F_d = F_O = m\omega^2 r \tag{2}$$

Vysvětleme nyní, proč jdou bublinky doprostřed kapaliny.

Uvažme právě vzniklou bublinu vodní páry, která vznikla 1 cm od osy otáčení kapaliny. V bezprostřední blízkostí této bubliny se nesporně nachází voda. Tato voda na bublinu tlačí, netlačí na ni ale ve všech směrech stejně. Ve směru od osy otáčení ke kraji nádoby tlačí kapalina na bublinu více, tlačí na ní vlivem odstředivé síly. Uvážíme-li objem vodní páry V a stejný objem kapalné vody těsně vedle ní, působí na oba dva tyto "objekty"jiné odstředivé síly (3) a (4).

$$F_{Ovoda} = \rho_{voda} V \omega^2 r \tag{3}$$

$$F_{Opara} = \rho_{para} V \omega^2 r \tag{4}$$

Jelikož je hustota vody $\rho_{voda} > \rho_{para}$, působí na jednotkový objem vody větší odstředivá síla, než na jednotkový objem vodní páry. **Voda se tedy snaží dostat na vnější okraj rotující kapaliny mnohem "silněji" než vodní pára.** A to je základní fyzika celého experimentu.

Pokud někde vznikne bublina páry, voda blíže středu kapaliny se okamžitě snaží dostat na její místo. Tím vytlačí vodní páru blíže středu. V konečném důsledku se tedy vodní pára koncentruje co nejblíže ose rotace kapaliny, což sedí s pozorováním.

Nyní jsme tedy vysvětlili, proč vzniká "tornádo" a proč bubliny stoupají středem kapaliny.

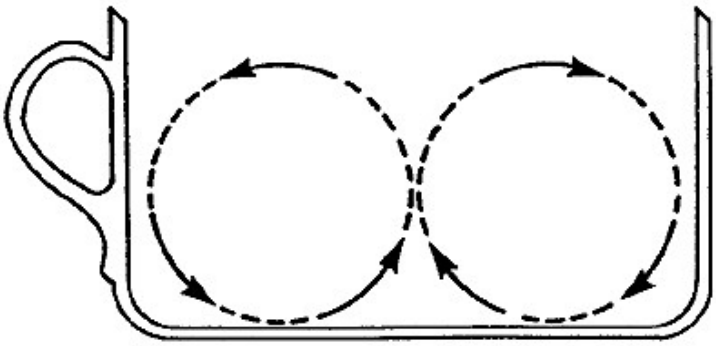
3.2 Pokračování

V předchozích úvahách jsme ale neuvážili tíhovou sílu F_G, která nám na experiment dává opět trochu jiný náhled.

Když zahříváme vodu bez točení, dochází v ní k náhodné cirkulaci. To je dáno tím, že voda je zahřívána u dna, zde se zvyšuje její teplota, tudíž snižuje hustota, "lehká voda" pak stoupá k hladině a studená voda (s vyšší hustotou) klesá ke dnu k zahřátí. To je klasický princip rozvrstvení (kapaliny) podle hmotnosti v silovém poli.

Náš případ je ale trochu jiný. Výslednice sil působících na kapalinu není jen tíhová síla "dolů", k tíhové síle F_G se přidává odstředivá síla F_o. Výslednice tak směřuje "dolů ven". V takovéto situaci opět dojde k rozvrstvení kapaliny podle hustoty, ale ne podle tíhové síly, ale podle výslednice. Z toho plyne závěr, že nejhustší (= nejstudenější) voda bude na vnějším okraji dole a směrem ke středu nahoru bude teplota růst (a hustota klesat). To je v souladu s teorií zmíněnou v předchozí kapitole.

Z těchto úvah plyne, že proudění vody v kapalině vypadá tak, jak ukazuje obrázek 3.



Obrázek 3: Proudění v ohřívající se kapalině

3.3 Kvantitativnější pohled na věc

Kvantitativní analýza proudění tekutiny není vůbec žádná legrace. A n-trophy přece má být legrace! Proto jsme se do detailního popisu proudění nepouštěli. Ale teď vážně: popis proudění v kapalině opravdu není triviální. Nenalezli jsme nástroje, které bychom zvládli za účelem popisu proudění pochopit a efektivně využít. To nám ale nezabránilo v přemýšlení nad problémem, dokonce si i myslíme, že jsme zvládli něco vydedukovat.

Často se stává, že hrnec je tak široký, že bublina nestihne doputovat až k ose rotace a tím pádem na hladině nevidíme bubliny uprostřed, ale v určitém vzdálenosti od osy otáčení. Řekli jsme si tedy, že by bylo hezké kvalitativně popsat minimální výšku hrnce tak, aby se bubliny stihly přesunout až k tomuto středu.

Jak plyne z předchozích kapitol, na bublinu působí dostředivé zrychlení zrychlení a_d vyjádřené vztahem (5).

$$a_d = \omega^2 r \tag{5}$$

Tento vztah opět plyne z úvahy, že "na páru žádná síla nepůsobí", resp. působí na ní zanedbatelná síla oproti síle působící na kapalnou vodu. Jak už bylo zmíněno výše, celý jev není způsoben tím, že se pára snaží dostat k ose otáčení, ale tím, že se voda snaží dostat ke kraji nádoby. A logicky, pokud kapalná voda vytlačí páru z kraje, musí se ona

pára dostat blíže středu. Z toho plyne rovnost velikosti odstředivé síly vody a "dostředivé" síly vodní páry, resp. rovnost jejich zrychlení. Zrychlení, kterým se voda dostává ke kraji, je tedy opačné ke zrychlení, kterým se pára dostává do osy otáčení. A to není nic jiného, než dostředivé zrychlení tak, jak ho známe z učebnic fyziky. Na bubliny putující do osy rotace kapaliny působí tedy zrychlení definované vztahem (5).

Axiálně působí na bubliny logicky zrychlení g. A to opět proto, že gravitace nevytahuje bubliny nahoru, ale stahuje vodu dolů. Na místo oné vody se dostávají bubliny vodní páry.

Porovnáváme tedy 2 zrychlení: radiální zrychlení a_d a axiální zrychlení g.

$$\omega^2 r \sim g \tag{6}$$

g je konstanta, r defakto taky (určuje místo, kde vznikla bublina). Zajímavá je pro nás úhlová rychlost ω. Z porovnání zrychlení plyne, že když zvýšíme úhlovou rychlost, dosáhneme tím zvýšení radiálního zrychlení a tím docílíme toho, že se bublina dostane dříve do osy otáčení. Jednoduše řečeno: **čím rychleji kapalinou točíme, tím menší bude rozptyl bublin na hladině vůči ose rotace**. Prakticky řečeno: když máme nízký hrnec a chceme dostat bubliny co nejblíž ose rotace, zvyšme co nejvíc rychlost rotace. Tento jev jsme pozorovali při experimentech.

4 Omezující parametry

1. **Nádoba je příliš široká**
   Jak už jsme zmínili v předchozím odstavci, pokud bude nádoba příliš široká vůči její výšce, nestihnou se bubliny dostat do osy rotace a na hladině se tak neprojeví kýžený efekt.

   To jsme ověřili experimentálně.

2. **Nádoba je příliš vysoká**
   Představme si, že ohříváme kapalinu v nádobě vysoké řádově několik metrů. Taková kapalina nemusí na hladině začít vařit jednoduše pro to, že se bubliny při pohybu vzhůru k hladině stihnou natolik ochladit, že se přemění opět ve vodu.

   Tento jev jsme nepozorovali, protože jsme se nedostali k tak vysokým nádobám, ve kterých by byl pozorovatelný.

5 Závěr

Zajímavým jevem, který jsme pozorovali, a který by si rozhodně zasloužil zapracovat do řešení v momentě, kdy bychom ho chtěli opravdu dobře kvantifikovat, bylo to, že kapalina se nevaří rovnoměrně po celém dni — bubliny dle našich pozorování vznikají (logicky) v místech těsně nad plamenem, kterým jsme nádobu zahřívali. Na kádince to bylo velmi hezky pozorovatelné.

Na této úloze nám vedle experimentování přišel nejzajímavější onen "brainfuck", který říká, že veškerá síla, která působí, působí na vodu, a pára je ve vodě pouze jako "něco co se musí vyměnit s vodou, aby se voda dostala tam, kam chce".

Howgh. Domluvili jsme.

6 Poděkování

- Honzovi Pavelkovi za půjčení termokamery.
- Jirkovi Bilíkovi za konzultace.
- Luboru Přikrylovi za konzultace.
- Mgr. Vladanu Bernardovi, Ph.D. za zpřístupnění dopplerovského ultrazvuku a výpomoc.